

A combinatorial problem and numerical semigroups*

Aureliano M. Robles Pérez[†]

*Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Granada,
18071-Granada, Spain*

José Carlos Rosales

*Departamento de Álgebra, Universidad de Granada,
18071-Granada, Spain*

Abstract: Let $a = (a_1, \dots, a_n)$ and $b = (b_1, \dots, b_n)$ be two n -tuples of positive integers, let X be a set of positive integers, and let g be a positive integer. In this work we show an algorithmic process in order to compute all the sets C of positive integers that fulfill the following conditions:

1. The cardinality of C is equal to g ;
2. If $x, y \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ and $x + y \in C$, then $C \cap \{x, y\} \neq \emptyset$;
3. If $x \in C$ and $\frac{x-b_i}{a_i} \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ for some $i \in \{1, \dots, n\}$, then $\frac{x-b_i}{a_i} \in C$;
4. $X \cap C = \emptyset$.

Keywords: Combinatorial problems, numerical semigroups, Frobenius varieties, Frobenius pseudo-varieties.

Math. Subj. Class.: 11B75, 05A99, 20M14

*Both authors are supported by the project MTM2014-55367-P, which is funded by Ministerio de Economía y Competitividad and Fondo Europeo de Desarrollo Regional FEDER, and by the Junta de Andalucía Grant Number FQM-343. The second author is also partially supported by Junta de Andalucía/Feder Grant Number FQM-5849. The authors would like to thank the referee for several comments and suggestions that led to the improvement of this paper.

[†]*E-mail addresses:* arobles@ugr.es (Aureliano M. Robles Pérez), jrosales@ugr.es (José Carlos Rosales).

Kombinatoričen problem in številske polgrupe*

Aureliano M. Robles Pérez[†]

*Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Granada,
18071-Granada, Spain*

José Carlos Rosales

*Departamento de Álgebra, Universidad de Granada,
18071-Granada, Spain*

Povzetek: Naj bosta $a = (a_1, \dots, a_n)$ in $b = (b_1, \dots, b_n)$ dve n -terici pozitivnih celih števil, naj bo X množica pozitivnih celih števil, in naj bo g pozitivno celo število. V tem članku predstavimo algoritemski proces za izračun vseh množic C pozitivnih celih števil, ki izpolnjujejo naslednje pogoje:

1. Moč množice C je enaka g ;
2. Če $x, y \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ in $x + y \in C$, potem $C \cap \{x, y\} \neq \emptyset$;
3. Če $x \in C$ in $\frac{x-b_i}{a_i} \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ za neki $i \in \{1, \dots, n\}$, potem $\frac{x-b_i}{a_i} \in C$;
4. $X \cap C = \emptyset$.

Ključne besede: Kombinatorični problemi, numerične polgrupe, Frobeniusove raznoterosti (varietete), Frobeniusove psevdoraznoterosti.

Math. Subj. Class.: 11B75, 05A99, 20M14

*Oba avtorja sta podprta s strani projekta MTM2014-55367-P, ki ga financirata Ministerio de Economía y Competitividad and Fondo Europeo de Desarrollo Regional FEDER ter Junta de Andalucía, številka projekta FQM-343. Drugi avtor je tudi delno podprt s strani Junta de Andalucía/Feder, številka projekta FQM-5849. Avtorja bi se rada zahvalila recenzentom za številne komentarje in predloge, ki so vodili k izboljšanju tega članka.

[†]*E-poštna naslova:* arobles@ugr.es (Aureliano M. Robles Pérez), jrosales@ugr.es (José Carlos Rosales).