

Also available at <http://amc-journal.eu>  
ISSN 1855-3966 (printed edn.), ISSN 1855-3974 (electronic edn.)  
ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA 8 (2015) 381-408

## Quartic integral Cayley graphs

*Marsha Minchenko, Ian M. Wanless*

**Abstract:** We give exhaustive lists of connected 4-regular integral Cayley graphs and connected 4-regular integral arc-transitive graphs. An integral graph is a graph for which all eigenvalues are integers. A Cayley graph  $\text{Cay}(\Gamma, S)$  for a given group  $\Gamma$  and connection set  $S \subset \Gamma$  is the graph with vertex set  $\Gamma$  and with  $a$  connected to  $b$  if and only if  $ba^{-1} \in S$ . Up to isomorphism, we find that there are 32 connected quartic integral Cayley graphs; 17 of which are bipartite. Many of these can be realized in a number of different ways by using non-isomorphic choices for  $\Gamma$  and/or  $S$ . A graph is arc-transitive if its automorphism group acts transitively upon ordered pairs of adjacent vertices. Up to isomorphism, there are 27 quartic integral graphs that are arc-transitive. Of these 27 graphs, 16 are bipartite and 16 are Cayley graphs. By taking quotients of our Cayley or arc-transitive graphs we also find a number of other quartic integral graphs. Overall, we find 9 new spectra that can be realised by bipartite quartic integral graphs.

Math. Subj. Class.: 05C50, 05C25

**Keywords:** Graph spectrum, integral graph, Cayley graph, arc-transitive, vertex-transitive bipartite double cover, voltage assignment, graph homomorphism.

## Križni celoštevilski Cayleyevi grafi

**Povzetek:** Navajamo popolna seznama povezanih *križnih*, t.j. 4-regularnih celoštevilskih Cayleyevih grafov in povezanih 4-regularnih celoštevilskih ločno-tranzitivnih grafov. Celoštevilski graf je graf s samimi celoštevilskimi lastnimi vrednostmi. Cayleyev graf  $Cay(\Gamma, S)$  za dano grupo  $\Gamma$  in povezavno množico  $S \subset \Gamma$  je graf z množico vozlišč  $\Gamma$ , v katerem je vozlišče  $a$  povezano z vozliščem  $b$  če in samo če je  $ba^{-1} \in S$ . Do izomorfizma natanko smo ugotovili, da je 32 povezanih 4-regularnih celoštevilskih Cayleyevih grafov; 17 od njih je dvodelnih. Mnoge od njih se da realizirati na mnogo različnih načinov z uporabo ne-izomorfni izbiri za  $\Gamma$  in/ali  $S$ . Graf se imenuje ločno-tranzitiven, če njegova grupa avtomorfizmov deluje tranzitivno na urejenih parih sosednjih vozlišč. Do izomorfizma natanko obstaja 27 4-regularnih celoštevilskih ločno tranzitivnih grafov. Med temi 27 grafi je 16 dvodelnih in 16 Cayleyevih. Tudi številni drugi 4-regularni celoštevilski grafi so kvocienti naših Cayleyevih ali ločno-tranzitivnih grafov. V splošnem smo našli 9 novih spektrov, ki jih lahko realiziramo z dvodelnimi 4-regularnimi celoštevilskimi grafi.

**Ključne besede:** Spekter grafa, celoštevilski graf, Cayleyev graf, ločno-tranzitiven, vozliščno tranzitiven dvodelen dvojni krov, prirejanje napetosti (povezavam grafa), homomorfizem grafov.