

The A -Möbius function of a finite group

Francesca Dalla Volta 

*Dipartimento di Matematica e Applicazioni, University of Milano-Bicocca,
Via Cozzi 55, 20126 Milano, Italy*

Andrea Lucchini * 

*Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita",
Via Trieste 63, 35121 Padova, Italy*

Received 11 September 2021, accepted 30 September 2022, published online 27 January 2023

Abstract

The Möbius function of the subgroup lattice of a finite group G has been introduced by Hall and applied to investigate several different questions. We propose the following generalization. Let A be a subgroup of the automorphism group $\text{Aut}(G)$ of a finite group G and denote by $\mathcal{C}_A(G)$ the set of A -conjugacy classes of subgroups of G . For $H \leq G$ let $[H]_A = \{H^a \mid a \in A\}$ be the element of $\mathcal{C}_A(G)$ containing H . We may define an ordering in $\mathcal{C}_A(G)$ in the following way: $[H]_A \leq [K]_A$ if $H^a \leq K$ for some $a \in A$. We consider the Möbius function μ_A of the corresponding poset and analyse its properties and possible applications.

Keywords: Groups, subgroup lattice, Möbius function.

Math. Subj. Class. (2020): 20D30, 05E16

* Corresponding author.

E-mail addresses: francesca.dallavolta@unimib.it (Francesca Dalla Volta), lucchini@math.unipd.it (Andrea Lucchini)

A-Möbiusova funkcija končne grupe

Francesca Dalla Volta 

*Dipartimento di Matematica e Applicazioni, University of Milano-Bicocca,
Via Cozzi 55, 20126 Milano, Italy*

Andrea Lucchini * 

*Università degli Studi di Padova, Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita",
Via Trieste 63, 35121 Padova, Italy*

Prejeto 11. septembra 2021, sprejeto 30. septembra 2022, objavljeno na spletu 27. januarja 2023

Povzetek

Möbiusovo funkcijo mreže podgrup končne grupe G je vpeljal Hall, uporabljena pa je bila pri raziskavah različnih problemov. Predlagamo naslednjo posplošitev. Naj bo A podgrupa grupe avtomorfizmov $\text{Aut}(G)$ končne grupe G , z $\mathcal{C}_A(G)$ pa označimo množico A -odsekov podgrup grupe G . Za $H \leq G$ naj bo $[H]_A = \{H^a \mid a \in A\}$ tisti element množice $\mathcal{C}_A(G)$, ki vsebuje H . V $\mathcal{C}_A(G)$ lahko definiramo relacijo delne urejenosti na naslednji način: $[H]_A \leq [K]_A$, če je $H^a \leq K$ za neki $a \in A$. Obravnavamo Möbiusovo funkcijo μ_A ustrezne delno urejene množice in analiziramo njene lastnosti in možne uporabe.

Ključne besede: Grupe, mreža podgrup, Möbiusova funkcija.

Math. Subj. Class. (2020): 20D30, 05E16

*Kontaktni avtor.

E-poštna naslova: francesca.dallavolta@unimib.it (Francesca Dalla Volta), lucchini@math.unipd.it (Andrea Lucchini)