Modifications of the Floyd-Warshall algorithm with nearly quadratic expected-time[*]

Andrej Brodnik [†] ID

University of Primorska, UP FAMNIT, Glagoljaška 8, 6000 Koper, Slovenia
University of Primorska, UP IAM, Muzejski trg 2, 6000 Koper, Slovenia
University of Ljubljana, UL FRI, Večna pot 113, 1000 Ljubljana, Slovenia

Marko Grgurovič

University of Primorska, UP FAMNIT, Glagoljaška 8, 6000 Koper, Slovenia
University of Primorska, UP IAM, Muzejski trg 2, 6000 Koper, Slovenia

Rok Požar [‡] ID

University of Primorska, UP FAMNIT, Glagoljaška 8, 6000 Koper, Slovenia
University of Primorska, UP IAM, Muzejski trg 2, 6000 Koper, Slovenia
IMFM, Jadranska 19, 1000 Ljubljana, Slovenia

Abstract

The paper describes two relatively simple modifications of the well-known Floyd-Warshall algorithm for computing all-pairs shortest paths. A fundamental difference of both modifications in comparison to the Floyd-Warshall algorithm is that the relaxation is done in a smart way. We show that the expected-case time complexity of both algorithms is $O(n^2 \log^2 n)$ for the class of complete directed graphs on n vertices with arc weights selected independently at random from the uniform distribution on $[0, 1]$. Theoretically best known algorithms for this class of graphs are all based on Dijkstra's algorithm and obtain a better expected-case bound. However, by conducting an empirical evaluation we prove that our algorithms are at least competitive in practice with best know algorithms and, moreover, outperform most of them. The reason for the practical efficiency of the presented algorithms is the absence of use of priority queue.

E-mail addresses: andrej.brodnik@upr.si (Andrej Brodnik), marko.grgurovic@famnit.upr.si (Marko Grgurovič), rok.pozar@upr.si (Rok Požar)

Spremembi Floyd-Warshallovega algoritma s skoraj kvadratičnim pričakovanim časom[*]

Andrej Brodnik [†]

University of Primorska, UP FAMNIT, Glagoljaška 8, 6000 Koper, Slovenia
University of Primorska, UP IAM, Muzejski trg 2, 6000 Koper, Slovenia
University of Ljubljana, UL FRI, Večna pot 113, 1000 Ljubljana, Slovenia

Marko Grgurovič

University of Primorska, UP FAMNIT, Glagoljaška 8, 6000 Koper, Slovenia
University of Primorska, UP IAM, Muzejski trg 2, 6000 Koper, Slovenia

Rok Požar [‡]

University of Primorska, UP FAMNIT, Glagoljaška 8, 6000 Koper, Slovenia
University of Primorska, UP IAM, Muzejski trg 2, 6000 Koper, Slovenia
IMFM, Jadranska 19, 1000 Ljubljana, Slovenia

Povzetek

V članku sta opisani dve relativno preprosti spremembi dobro znanega Floyd-Warshall-ovega algoritma za izračun najkrajših poti med vsemi pari vozlišč. Bistvena razlika obeh sprememb v primerjavi s Floyd-Warshallovim algoritmom je v tem, da se sproščanje izvede na pameten način. Pokažemo, da je pričakovana časovna zahtevnost obeh algoritmov $O(n^2 \log^2 n)$ za razred polnih usmerjenih grafov na n vozliščih, pri čemer so uteži na povezavah izbrane neodvisno z vrednostmi enakomerno porazdeljene naključne spremenljivke na intervalu $[0, 1]$. Teoretično najboljši algoritmi za ta razred grafov temeljijo na Dijkstrovem algoritmu in dosežejo boljšo mejo v pričakovanem primeru. Kljub temu z empiričnim ovrednotenjem pokažemo, da sta naša algoritma v praksi vsaj konkurenčna z najbolj znanimi algoritmi in poleg tega prekašata večino od njih. Razlog za praktično učinkovitost predstavljenih algoritmov je odsotnost uporabe vrste s prednostjo.

E-poštni naslovi: andrej.brodnik@upr.si (Andrej Brodnik), marko.grgurovic@famnit.upr.si (Marko Grgurovič), rok.pozar@upr.si (Rok Požar)