

Efficient proper embedding of a daisy cube*

Aleksander Vesel 

*Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Maribor,
SI-2000 Maribor, Slovenia*

Received 4 October 2020, accepted 14 June 2021, published online 25 October 2021

Abstract

For a set X of binary words of length h the daisy cube $Q_h(X)$ is defined as the subgraph of the hypercube Q_h induced by the set of all vertices on shortest paths that connect vertices of X with the vertex 0^h . A vertex in the intersection of all of these paths is a minimal vertex of a daisy cube. A graph G isomorphic to a daisy cube admits several isometric embeddings into a hypercube. We show that an isometric embedding is proper if and only if the label 0^h is assigned to a minimal vertex of G . This result allows us to devise an algorithm which finds a proper embedding of a graph isomorphic to a daisy cube into a hypercube in linear time.

Keywords: Daisy cube, partial cube, isometric embedding, proper embedding.

Math. Subj. Class.: 05C12, 05C85

*This work was supported by the Slovenian Research Agency under the grants P1-0297, J1-2452, J1-9109 and J1-1693.

E-mail address: aleksander.vesel@um.si (Aleksander Vesel)

Učinkovita pravilna vložitev marjetične kocke*

Aleksander Vesel 

*Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru,
SI-2000 Maribor, Slovenija*

Prejeto 4. oktobra 2020, sprejeto 14. junija 2021, objavljeno na spletu 25. oktobra 2021

Povzetek

Če je X neka množica binarnih besed dolžine h , potem je marjetična kocka $Q_h(X)$ definirana kot podgraf hiperkocke Q_h , inducirana z množico vseh točk na najkrajših poteh, ki povezujejo točke množice X s točko 0^h . Točka v preseku vseh teh poti je minimalna točka marjetične kocke. Graf G , izomorfen marjetični kocki, ima več izometričnih vložitev v hiperkocko. Pokažemo, da je izometrična vložitev pravilna natanko tedaj, ko je oznaka 0^h pripisana minimalni točki grafa G . Na osnovi tega rezultata razvijemo algoritem, ki poišče pravilno vložitev grafa, izomorfne marjetični kocki, v hiperkocko, in to v linearnem času.

Ključne besede: Marjetična kocka, delna kocka, izometrična vložitev, pravilna vložitev.

Math. Subj. Class.: 05C12, 05C85

*To delo je bilo podprto s strani Javne agencije za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije z nepovratnimi sredstvi P1-0297, J1-2452, J1-9109 in J1-1693.

E-poštni naslov: alexander.vesel@um.si (Aleksander Vesel)