

# A Möbius-type gluing technique for obtaining edge-critical graphs\*

Simona Bonvicini † 

*Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche,  
Università di Modena e Reggio Emilia, via Campi 213/b, 41126 Modena, Italy*

Andrea Vietri 

*Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria,  
Sapienza Università di Roma, via Scarpa 16, 00161 Rome, Italy*

Received 7 July 2019, accepted 15 May 2020, published online 14 November 2020

---

## Abstract

Using a technique which is inspired by topology, we construct original examples of 3- and 4-edge critical graphs. The 3-critical graphs cover all even orders starting from 26; the 4-critical graphs cover all even orders starting from 20 and all the odd orders. In particular, the 3-critical graphs are not isomorphic to the graphs provided by Goldberg for disproving the Critical Graph Conjecture. Using the same approach we also revisit the construction of some fundamental critical graphs, such as Goldberg's infinite family of 3-critical graphs, Chetwynd's 4-critical graph of order 16 and Fiol's 4-critical graph of order 18.

*Keywords:* Edge-colouring, critical graph, Möbius strip.

*Math. Subj. Class.:* 05C10, 05C15

---

---

\*The authors are grateful to the referees, with particular regard to the constructive comments of one referee which resulted in an improved version of the manuscript. This manuscript was prepared with the funding support of *Progetti di Ateneo, Sapienza Università di Roma*.

† Corresponding author.

*E-mail addresses:* [simona.bonvicini@unimore.it](mailto:simona.bonvicini@unimore.it) (Simona Bonvicini), [andrea.vietri@uniroma1.it](mailto:andrea.vietri@uniroma1.it) (Andrea Vietri)

# Möbiusovska tehnika lepljenja za konstruiranje povezavno kritičnih grafov\*

Simona Bonvicini † 

*Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche,  
Università di Modena e Reggio Emilia, via Campi 213/b, 41126 Modena, Italy*

Andrea Vietri 

*Dipartimento di Scienze di Base e Applicate per l'Ingegneria,  
Sapienza Università di Roma, via Scarpa 16, 00161 Rome, Italy*

Prejeto 7. julija 2019, sprejeto 15. maja 2020, objavljeno na spletu 14. novembra 2020

---

## Povzetek

S pomočjo tehnike, za katero smo dobili idejo v topologiji, konstruiramo izvirne primere 3- in 4-povezavno kritičnih grafov. 3-kritične grafe dobimo za vse sode rede začevši s 26; 4-kritične grafe dobimo za vse sode rede od 20 dalje ter za vse lihe rede. Posebej, naši 3-kritični grafi niso izomorfni tistim, s katerimi je Goldberg ovrigel t.i. domnevo o kritičnem grafu. Z uporabo istega pristopa pregledamo tudi konstrukcijo nekaterih osnovnih kritičnih grafov, kot so Goldbergova neskončna družina 3-kritičnih grafov, Chetwyndov 4-kritični graf reda 16 in Fiolov 4-kritični graf reda 18.

*Ključne besede: Barvanje povezav, kritični graf, Möbiusov trak.*

*Math. Subj. Class.: 05C10, 05C15*

---

---

\*Avtorja sta hvaležna recenzentom, še posebej v zvezi s konstruktivnimi pripombami enega recenzenta, ki so vodili k izboljšani različici članka. Ta članek je bil pripravljen s finančno podporo *Progetti di Ateneo, Sapienza Università di Roma*.

† Kontaktni avtor.

*E-poštna naslova: simona.bonvicini@unimore.it (Simona Bonvicini), andrea.vietri@uniroma1.it (Andrea Vietri)*