

Also available at <http://amc-journal.eu>  
ISSN 1855-3966 (printed edn.), ISSN 1855-3974 (electronic edn.)  
Ars Mathematica Contemporanea Volume 4, Issue 1, Year 2011, Pages 5-24

## **More results on $r$ -inflated graphs: Arboricity, thickness, chromatic number and fractional chromatic number**

Michael O. Albertson, Debra L. Boutin, Ellen Gethner

### **Abstract**

The  $r$ -inflation of a graph  $G$  is the lexicographic product  $G$  with  $K_r$ . A graph is said to have thickness  $t$  if its edges can be partitioned into  $t$  sets, each of which induces a planar graph, and  $t$  is smallest possible. In the setting of the  $r$ -inflation of planar graphs, we investigate the generalization of Ringel's famous Earth-Moon problem: *What is the largest chromatic number of any thickness- $t$  graph?* In particular, we study classes of planar graphs for which we can determine both the thickness and chromatic number of their 2-inflations, and provide bounds on these parameters for their  $r$ -inflations. Moreover, in the same setting, we investigate arboricity and fractional chromatic number as well. We end with a list of open questions.

**Keywords:**  $r$ -inflation, thickness, chromatic number, fractional chromatic number, arboricity.

Math. Subj. Class.: 05C15, 05C42, 05C10

Math Sci Net: [05C15 \(05C10 05C42\)](#)

# Še nekaj rezultatov o $r$ -napihljenih grafih: drevesnost, debelina, kromatsko število in frakcijsko kromatsko število

## Povzetek

Leksikografski produkt grafa  $G$  z grafom  $K_r$  se imenuje  $r$ -napihljenje grafa  $G$ . Graf ima debelino  $t$ , če se da njegovo množico povezav razbiti na  $t$  podmnožic tako, da vsaka od njih inducira ravninski graf, če pa je podmnožic manj kot  $t$ , to ni mogoče. Za  $r$ -napihljenja ravninskega grafa  $G$  preučujemo posplošitev Ringlovega slavnega “problema o zemlji in luni”: *Kolikšno je največje kromatsko število kakega grafa debeline  $t$ ?* Posebno pozornost namenimo tistim razredom ravninskih grafov, za katere lahko izračunamo tako debelino kot tudi kromatsko število njihovih 2-napihnjenj, dobimo pa tudi meje teh parametrov za njihova  $r$ -napihnjenja. Poleg tega, za isti razred  $r$ -napihnjenj ravninskih grafov, preučujemo tudi njihovo drevesnost in frakcijsko kromatsko število. Članek zaključimo s seznamom odprtih vprašanj.

**Ključne besede:**  $r$ -napihljenje, debelina, barvitost (kromatsko število), frakcijsko kromatsko število, drevesnost.