

# Convertible subspaces that arise from different numberings of the vertices of a graph\*

Henrique F. da Cruz<sup>†</sup>, Ilda Inácio, Rogério Serôdio

*Universidade da Beira Interior, Centro de Matemática e Aplicações (CMA-UBI),  
Rua Marquês d'Ávila e Bolama, 6201-001, Covilhã, Portugal*

Received 6 September 2017, accepted 3 January 2019, published online 28 February 2019

---

## Abstract

In this paper, we describe subspaces of generalized Hessenberg matrices where the determinant is convertible into the permanent by affixing  $\pm$  signs. These subspaces can arise from different numberings of the vertices of a graph. With this numbering process, we obtain some well-known sequences of integers. For instance, in the case of a path of length  $n$ , we prove that the number of these subspaces is the  $(n + 1)^{\text{th}}$  Fibonacci number.

*Keywords:* Determinant, permanent, Hessenberg matrix.

*Math. Subj. Class.:* 15A15, 05C05, 05C30

---

---

\*Research partially supported by the project **UID/MAT/00212/2013**.

<sup>†</sup>Correspondent author.

*E-mail addresses:* [hacruz@ubi.pt](mailto:hacruz@ubi.pt) (Henrique F. da Cruz), [ilda@ubi.pt](mailto:ilda@ubi.pt) (Ilda Inácio), [rserodio@ubi.pt](mailto:rserodio@ubi.pt) (Rogério Serôdio)

# Pretvorljivi podprostor, porojeni iz različnih oštevilčenj točk grafa\*

Henrique F. da Cruz<sup>†</sup>, Ilda Inácio, Rogério Serôdio

*Universidade da Beira Interior, Centro de Matemática e Aplicações (CMA-UBI),  
Rua Marquês d'Ávila e Bolama, 6201-001, Covilhã, Portugal*

Prejeto 6. septembra 2017, sprejeto 3. januarja 2019, objavljeno na spletu 28. februarja 2019

---

## Povzetek

V tem članku opišemo podprostore posplošenih Hessenbergovih matrik, pri katerih se determinanta pretvori v permanento z uporabo  $\pm$  znakov. Te podprostore se da dobiti iz različnih oštevilčenj točk grafa. S tem procesom oštevilčenja dobimo nekaj dobro znanih zaporedij celih števil. Na primer, za poti dolžine  $n$  dokažemo, da je število teh podprostorov  $(n + 1)$ -vo Fibonaccijevo število.

*Ključne besede: Determinanta, permanenta, Hessenbergova matrika.*

*Math. Subj. Class.: 15A15, 05C05, 05C30*

---

---

\*Raziskava je delno podprta s projektom **UID/MAT/00212/2013**.

<sup>†</sup>Kontaktni avtor.

*E-poštni naslovi:* hcruz@ubi.pt (Henrique F. da Cruz), ilda@ubi.pt (Ilda Inácio), rserodio@ubi.pt (Rogério Serôdio)