

Intrinsic linking with linking numbers of specified divisibility

Christopher Tuffley

*School of Fundamental Sciences, Massey University,
Private Bag 11 222, Palmerston North 4442, New Zealand*

Received 20 June 2017, accepted 29 November 2018, published online 16 January 2019

Abstract

Let n , q and r be positive integers, and let K_N^n be the n -skeleton of an $(N - 1)$ -simplex. We show that for N sufficiently large every embedding of K_N^n in \mathbb{R}^{2n+1} contains a link consisting of r disjoint n -spheres, such that every pairwise linking number is a nonzero multiple of q . This result is new in the classical case $n = 1$ (graphs embedded in \mathbb{R}^3) as well as the higher dimensional cases $n \geq 2$; and since it implies the existence of an r -component link with all pairwise linking numbers at least q in absolute value, it also extends a result of Flapan et al. from $n = 1$ to higher dimensions. Additionally, for $r = 2$ we obtain an improved upper bound on the number of vertices required to force a two-component link with linking number a nonzero multiple of q . Our new bound has growth $O(nq^2)$, in contrast to the previous bound of growth $O(\sqrt{n}4^n q^{n+2})$.

Keywords: Intrinsic linking, complete n -complex, Ramsey theory.

Math. Subj. Class.: 57Q45, 57M25, 57M15

Intrinzično povezovanje s spletnimi števili določenih deljivosti

Christopher Tuffley

*School of Fundamental Sciences, Massey University,
Private Bag 11 222, Palmerston North 4442, New Zealand*

Prejeto 20. junija 2017, sprejeto 29. novembra 2018, objavljeno na spletu 16. januarja 2019

Povzetek

Naj bodo n , q in r pozitivna cela števila, K_N^n pa naj bo n -skelet $(N - 1)$ -simpleksa. Pokažemo, da za dovolj velik N vsaka vložitev K_N^n v \mathbb{R}^{2n+1} vsebuje splet, ki sestoji iz r disjunktnih n -sfer, tako da je vsako po parih spletno število neničelni večkratnik števila q . Ta rezultat je nov v klasičnem primeru $n = 1$ (grafi vloženi v \mathbb{R}^3) kot tudi v višje-dimenzionalnih primerih $n \geq 2$; in ker implicira obstoj r -komponentnega spleta z vsemi po parih spletnimi števili, katerih absolutna vrednost je najmanj q , razširja tudi rezultat, ki so ga dobili Flapan idr. za $n = 1$ na višje dimenzije. Poleg tega, za $r = 2$ dobimo izboljšano zgornjo mejo za število točk, potrebnih za izsiljenje dvo-komponentnega spleta s spletnim številom, ki je neničelni večkratnik števila q . Naša nova meja ima rast $O(nq^2)$, v nasprotju s prejšnjo mejo rasti $O(\sqrt{n}4^n q^{n+2})$.

Ključne besede: Intrinzično povezovanje, polni n -kompleks, Ramseyeva teorija.

Math. Subj. Class.: 57Q45, 57M25, 57M15
