

The pairing strategies of the 9-in-a-row game

Lajos Gyórfy *, Géza Makay , András Pluhár

University of Szeged, 6720 Dugonics ter 13., Szeged, Hungary

Received 16 March 2017, accepted 15 January 2018, published online 18 September 2018

Abstract

One of the most useful strategies for proving Breaker’s win in Maker-Breaker Positional Games is to find a pairing strategy. In some cases there are no pairing strategies at all, in some cases there are unique or almost unique strategies. For the k -in-a-row game, the case $k = 9$ is the smallest (sharp) for which there exists a Breaker winning pairing (paving) strategy. One pairing strategy for this game was given by Hales and Jewett.

In this paper we show that there are other winning pairings for the 9-in-a-row game, all have a very symmetric torus structure. While describing these symmetries we prove that there are only a finite number of non-isomorphic pairings for the game (around 200 thousand), which can be also listed up by a computer program. In addition, we prove that there are no “irregular”, non-symmetric pairings. At the end of the paper we also show a pairing strategy for a variant of the 3-dimensional k -in-a-row game.

Keywords: Positional games, k -in-a-row game, pairing strategies, symmetries.

Math. Subj. Class.: 05C65, 05C15

*Corresponding author.

E-mail addresses: lgyorffy@math.u-szeged.hu (Lajos Gyórfy), makayg@math.u-szeged.hu (Géza Makay), pluhar@inf.u-szeged.hu (András Pluhár)

Strategije prirejanja v igri 9-v-vrsti

Lajos Gyórfy *, Géza Makay , András Pluhár

University of Szeged, 6720 Dugonics ter 13., Szeged, Hungary

Prejeto 16. marca 2017, sprejeto 15. januarja 2018, objavljeno na spletu 18. septembra 2018

Povzetek

Ena od najbolj uporabnih strategij za dokaz zmage Drugega v pozicijskih igrah z dvema igralcema je najti strategijo prirejanja. V nekaterih primerih sploh ni strategije prirejanja, v nekaterih primerih je strategija ena sama ali pa jih je le peščica. Za igro k -v-vrsti je primer $k = 9$ najmanjši (strogo), za katerega obstaja zmagovalna strategija prirejanja (tlakovanje). Eno strategijo prirejanja za to igro sta podala Hales in Jewett.

V tem članku pokažemo, da obstajajo druga zmagovalna prirejanja za igro 9-v-vrsti, ki imajo vsa zelo simetrično strukturo svitka. Opisujoč te simetrije dokažemo, da obstaja samo končno število neizomorfnih prirejanj za to igro (okrog 200 tisoč), katerih seznam se da narediti z računalniškim programom. Poleg tega dokažemo, da ni nobenih “iregularnih”, nesimetričnih prirejanj. Na koncu članka predstavimo tudi strategijo prirejanja za 3-dimenzionalno različico igre k -v-vrsti.

Ključne besede: Pozicijska igra, igra k-v-vrsti, strategije prirejanja, simetrije.

Math. Subj. Class.: 05C65, 05C15

*Kontaktni avtor.

E-poštni naslovi: lgyorffy@math.u-szeged.hu (Lajos Gyórfy), makayg@math.u-szeged.hu (Géza Makay), pluhar@inf.u-szeged.hu (András Pluhár)