

Also available at <http://amc-journal.eu>  
ISSN 1855-3966 (printed ed.) ISSN 1855-3974 (electronic edn.)  
ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA 14 (2018) 227–249

## On hypohamiltonian snarks and a theorem of Fiorini\*

Jan Goedgebeur, Carol T. Zamfirescu

*Department of Applied Mathematics, Computer Science & Statistics,  
Ghent University, Krijgslaan 281-S9, 9000 Ghent, Belgium*

*In loving memory of Ella.*

**Abstract:** In 2003, Cavicchioli et al. corrected an omission in the statement and proof of Fiorini’s theorem from 1983 on hypohamiltonian snarks. However, their version of this theorem contains an unattainable condition for certain cases. We discuss and extend the results of Fiorini and Cavicchioli et al. and present a version of this theorem which is more general in several ways. Using Fiorini’s erroneous result, Steffen had shown that hypohamiltonian snarks exist for some orders  $n \geq 10$  and each even  $n \geq 92$ . We rectify Steffen’s proof by providing a correct demonstration of a technical lemma on flower snarks, which might be of separate interest. We then strengthen Steffen’s theorem to the strongest possible form by determining all orders for which hypohamiltonian snarks exist. This also strengthens a result of Máčajová and Škoviera. Finally, we verify a conjecture of Steffen on hypohamiltonian snarks up to 36 vertices.

**Keywords:** Hypohamiltonian, snark, irreducible snark, dot product.

Math. Subj. Class.: 05C10, 05C38, 05C45, 05C85

---

\*We thank Nico Van Cleemput for providing us with a script which greatly enhanced the quality of our figures. We would also like to thank Martin Škoviera for informing us about the equivalence of irreducible and vertex-critical graphs. Finally, we also wish to thank Eckhard Steffen for useful suggestions. Both authors are supported by a Postdoctoral Fellowship of the Research Foundation Flanders (FWO).

*E-mail addresses:* [jan.goedgebeur@ugent.be](mailto:jan.goedgebeur@ugent.be) (Jan Goedgebeur), [czamfirescu@gmail.com](mailto:czamfirescu@gmail.com) (Carol T. Zamfirescu).

Dostopno tudi na <http://amc-journal.eu>  
ISSN 1855-3966 (tiskana izd.) ISSN 1855-3974 (elektronska izd.)  
ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA 14 (2018) 227–249

## O hipohamiltonskih snarkih in Fiorinijevev izreku\*

Jan Goedgebeur, Carol T. Zamfirescu

*Department of Applied Mathematics, Computer Science & Statistics,  
Ghent University, Krijgslaan 281-S9, 9000 Ghent, Belgium*

*V ljubečem spominu na Ello.*

**Povzetek:** Leta 2003 so Cavicchioli in drugi zapolnili vrzeli v formulaciji in dokazu Fiorinijevega izreka iz 1983 o hipohamiltonskih snarkih. Vendar pa njihova različica tega izreka vsebuje za določene primere neizpolnljivi pogoj. Obravnavamo in razširimo rezultate tako Fiorinija kot tudi Cavicchiolija in drugih in predstavimo različico tega izreka, ki je splošnejša v več pogledih. Z uporabo Fiorinijevega napačnega rezultata je Steffen pokazal, da hipohamiltonski snarki obstajajo za nekatere rede  $n \geq 10$  in celo za  $n \geq 92$ . Mi konsolidiramo Steffenov dokaz, ko podamo pravilen dokaz tehnične leme o rožnih snarkih, ki je morda zanimiva tudi sama po sebi. Nato okrepimo Steffenov izrek in mu damo najmočnejšo možno obliko, ko določimo vse rede, za katere hipohamiltonski snarki obstajajo. To izboljša tudi rezultat Máčajová in Škoviere. Nazadnje potrdimo še Steffenovo domnevo o hipohamiltonskih snarkih za takšne  $n$  do 36 vozlišči.

**Ključne besede:** Hipohamiltonski, snark, nepoenostavljivi snark, skalarni produkt.

Math. Subj. Class.: 05C10, 05C38, 05C45, 05C85

---

\*Zahvaljujeva se Nicu Van Cleemputu, da nama je priskrbel program, ki je močno izboljšal kakovost najinih slik. Rada bi se zahvalila tudi Martinu Škovieri, da naju je seznanil z ekvivalenco ireducibilnih in vozliščno-kritičnih grafov. Nazadnje bi se rada zahvalila tudi Eckhardu Steffenu za koristne predloge. Oba avtorja sta prejemnika postdoktorske štipendije s strani Research Foundation Flanders (FWO).

*e-poštna naslova:* [jan.goedgebeur@ugent.be](mailto:jan.goedgebeur@ugent.be) (Jan Goedgebeur), [czamfirescu@gmail.com](mailto:czamfirescu@gmail.com) (Carol T. Zamfirescu) .