

Also available at <http://amc-journal.eu>
ISSN 1855-3966 (printed ed.) ISSN 1855-3974 (electronic edn.)
ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA 14 (2018) 97–116

Combinatorial configurations, quasiline arrangements, and systems of curves on surfaces

Jürgen Bokowski*

Department of Mathematics, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, Germany

Jurij Kovič, Tomaž Pisanski

University of Primorska, FAMNIT, Koper and IMFM, Ljubljana, Slovenia

Arjana Žitnik

University of Ljubljana, FMF, and IMFM, Ljubljana, Slovenia

Abstract: It is well known that not every combinatorial configuration admits a geometric realization with points and lines. Moreover, some of them do not even admit realizations with pseudoline arrangements, i.e., they are not topological. In this paper we generalize the concept of topological configurations to a more general one (in a least possible way) such that every combinatorial configuration is realizable in this way.

In particular, we generalize the notion of a pseudoline arrangement to the notion of a quasiline arrangement by relaxing the condition that two pseudolines meet exactly once. We also generalize well-known tools from pseudoline arrangements such as sweeps and wiring diagrams. We introduce monotone quasiline arrangements as a subfamily of quasiline arrangements that can be represented with generalized wiring diagrams. We show that every incidence structure (and therefore also every combinatorial configuration) can be realized as a monotone quasiline arrangement in the real projective plane.

A quasiline arrangement with selected vertices belonging to an incidence structure can be viewed as a map on a closed surface. Such a map can be used to distinguish between two “distinct” realizations of an incidence structure as a quasiline arrangement.

Keywords: Pseudoline arrangement, quasiline arrangement, projective plane, incidence structure, combinatorial configuration, topological configuration, geometric configuration, sweep, wiring diagram, allowable sequence of permutations, maps on surfaces.

Math. Subj. Class.: 51E20, 52C30, 05B30

*E-mail addresses: juergen.bokowski@gmail.com (Jürgen Bokowski), jurij.kovic@siol.net (Jurij Kovič), tomaz.pisanski@upr.si (Tomaž Pisanski), arjana.zitnik@fmf.uni-lj.si (Arjana Žitnik).

Dostopno tudi na <http://amc-journal.eu>
ISSN 1855-3966 (tiskana izd.) ISSN 1855-3974 (elektronska izd.)
ARS MATHEMATICA CONTEMPORANEA 14 (2018) 97–116

Kombinatorične konfiguracije, kvazilinijske razporeditve in sistemi krivulj na ploskvah

Jürgen Bokowski*

Department of Mathematics, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, Germany

Jurij Kovič, Tomaž Pisanski

Univerza na Primorskem, FAMNIT, Koper in IMFM, Ljubljana, Slovenija

Arjana Žitnik

Univerza v Ljubljani, FMF, in IMFM, Ljubljana, Slovenija

Povzetek: Kot je dobro znano, se vsake kombinatorične konfiguracije ne da predstaviti s točkami in premicami. Poleg tega, nekatere od njih ne dopuščajo niti predstavitev s psevdolinijskimi razporeditvami, tj. niso topološke. V tem članku posplošimo koncept topoloških konfiguracij na splošnejšega (v najmanjšem možnem smislu), tako da je vsaka kombinatorična konfiguracija predstavljiva na ta način.

Posebej, posplošimo pojem psevdolinijske razporeditve do pojma kvazilinijske razporeditve s sprostitvijo pogoja, po katerem se dve psedopremici srečata natanko enkrat. Posplošimo tudi dobro znana orodja za obravnavo psevdolinijskih razporeditev, kot so česanje in žični diagrami. Vpeljemo monotone kvazilinijske razporeditve kot podružino kvazilinijskih razporeditev, ki jih lahko predstavimo s posplošenimi žičnimi diagrami. Pokažemo, da se da vsako incidenčno strukturo (in zato tudi vsako kombinatorično konfiguracijo) predstaviti kot monotono kvazilinijsko razporeditev v realni projektivni ravnini.

Kvazilinijska razporeditev z izbranimi vozlišči, ki pripadajo incidenčni strukturi, lahko gledamo kot zemljevid na sklenjeni ploskvi. Takšen zemljevid lahko uporabimo za razlikovanje med dvema “različnima” predstavitvama incidenčne strukture kot kvazilinijske razporeditve.

Ključne besede: Psevdolinijska razporeditev, kvazilinijska razporeditev, projektivna ravnina, incidenčna struktura, kombinatorična konfiguracija, topološka konfiguracija, geometrijska konfiguracija, česanje, žični diagram, dopustno zaporedje permutacij, zemljevidi na ploskvah.

Math. Subj. Class.: 51E20, 52C30, 05B30

* *e-poštni naslovi:* juergen.bokowski@gmail.com (Jürgen Bokowski), jurij.kovic@siol.net (Jurij Kovič), tomaz.pisanski@upr.si (Tomaž Pisanski), arjana.zitnik@fmf.uni-lj.si (Arjana Žitnik).